Geometrie

Übungsblatt 6

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya 28.06.2019

Übungen: M. Nickel

Übung 1 (4 Punkte)
Für zwei Punkte $P = (x, y), Q = (u, v) \in \mathbb{R}^2$ sei der Abstand zwischen P und Q definiert als $|PQ| := \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}$. Wir definieren eine Hyperbel als

$$H := \{P \in \mathbb{R}^2 \mid ||PF_2| - |PF_1|| = 2a\},$$

wobei $a > 0$ eine reelle Zahl ist und wir annehmen, dass $F_1 = (e, 0), F_2 = (-e, 0)$ für eine reelle Zahl $e > 0$. F_1 und F_2 heißen auch Brennpunkte von H. Zeigen Sie, dass reelle Zahlen $r, s \neq 0$ existieren mit

$$H = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \middle| \frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{s^2} = 1\right\}.$$

Übung 2 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass eine für eine Hyperbel H wie oben folgendes gilt: die Tangente in einem Punkt $P \in H$ ist die Winkelhalbierende der Strahlen $\overline{PF_1}, \overline{PF_2}$.

Übung 3 (4 Punkte)
Wir definieren eine Ellipse als

$$E := \{P \in \mathbb{R}^2 \mid |PF_2| + |PF_1| = 2a\},$$

wobei $a > 0$ eine reelle Zahl ist und wir annehmen, dass $F_1 = (e, 0), F_2 = (-e, 0)$ für eine reelle Zahl $e > 0$. F_1 und F_2 heißen auch Brennpunkte von E. Zeigen Sie, dass reelle Zahlen $a, b \neq 0$ existieren mit

$$E = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \middle| \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\right\}.$$

Übung 4 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass für eine Ellipse E wie oben folgendes gilt: die Normale in einem Punkt $P \in E$ (die Gerade durch P orthogonal zur Tangente) ist die Winkelhalbierende der Strahlen $\overline{PF_1}, \overline{PF_2}$.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 05.07.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.