GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Blatt 4

Aufgabe 1

Eine natürliche Zahl Z lässt sich für N Stellen und Basis b darstellen als

$$Z = \sum_{i=0}^{N-1} d_i b^i \hat{=} d_{N-1} d_{N-2} ... d_0 \qquad \text{für } d_i \in \{0, ..., b-1\}.$$

Schreibe eine Funktion `e=basiswechsel(d,b,c)`, welche eine in der Basis b gegebene natürliche Zahl in die Basis c umrechnet. Es ist dabei $d = (d_{N-1}...d_0)$ die Darstellung in der Basis b und $e = (e_{M-1}...e_0)$ die Darstellung in der Basis c.

Aufgabe 2

Die *Particle Swarm Optimization* (PSO) ist ein populationsbasierter, stochastischer Suchalgorithmus, der vom Schwarmverhalten von Vögeln und Fischen inspiriert ist. Jede Partikelposition stellt eine mögliche Lösung dar, die sich im Suchraum entsprechend ihrer eigenen und der kollektiven Erfahrung der Gruppe bewegt.

Für Partikel $x \in X$ welches zum Zeitpunkt $i \in \{1, \ldots, T\}$ die Position $x_i \in \mathbb{R}^2$ und Geschwindigkeit v_i hat, gilt:

$$\begin{aligned} v_{i+1} &= \omega v_i + c_1 r_1 (p_i - x_i) + c_2 r_2 (g - x_i), \\ x_{i+1} &= x_i + v_i, \end{aligned} \tag{1}$$

wobei

- ω das *Trägheitsgewicht* ist (Einfluss der bisherigen Geschwindigkeit),
- c_1, c_2 die kognitiven bzw. sozialen Koeffizienten sind,
- $r_1, r_2 \sim U(0,1)$ Zufallszahlen sind,
- p_i die bisher beste Position des Partikels x ist, d.h. $f(p_i) = \min\{f(x_0), \ldots, f(x_i)\}$.
- g die beste Position des gesamten Schwarms zum aktuellen Zeitpunkt i ist, d.h.

$$f(g) = \min_{x \in X}\{f(x_i)\}.$$

Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, das mithilfe von PSO das globale *Minimum* von

$$f(x, y) = -\operatorname{peaks}(x, y)^1$$

im Bereich $[-3, 3]^2$ zu finden, das:

[1]Die Funktion `peaks(x,y)` ist in MATLAB definiert als:

$$\operatorname{peaks}(x, y) = 3(1-x)^2 e^{-(x^2+(y+1)^2)} - 10\,(x/5 - x^3 - y^5)\, e^{-(x^2+y^2)} - \frac{1}{3}\, e^{-((x+1)^2+y^2)}.$$

- einen Schwarm von $S = 30$ Partikeln gleichmäßig im Suchraum initialisiert, d.h. $X_0 = (-3, -3) + \mathrm{rand}(S, 2). * (6, 6)$,
- die Parameter $\omega = 0.7$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 1.5$ verwendet und $T = 200$ Iterationen durchführt,
- die Partikel nach jeder Aktualisierung auf den Bereich $[-3, 3]$ beschränkt, d.h. jedes Partikel, welches den zulässigen Bereich verlassen hat, wieder auf den Rand der Menge projezieren (Clamping),
- Positionen und Geschwindigkeiten gemäß den oben angegebenen Gleichungen (1) aktualisiert. Wobei die initiale Position der Partikel X_0 gleichverteilt in $[-3, 3]^2$ ist und die Partikel sich zu Beginn nicht bewegen, dass also $V_0 = \texttt{zeros}(S, 2)$.

Erstellen Sie eine Animation, die die Bewegung des Schwarms über der Oberfläche zeigt:

- Zeichnen Sie das Kontur- oder 3D-Diagramm von `-peaks(x,y)`.
- Stellen Sie die Partikel als bewegte Punkte dar und markieren Sie das globale Optimum in Rot.

Hinweis: Verwenden Sie für das Clamping folgenden Code:

```
lo = [-3, -3];   hi = [3, 3];
over = Xi > hi; under = Xi < lo;
X = min(max(Xi, lo), hi);
Vi(over | under) = 0;
```