Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2016
16. Mai 2016

Elementarmathematik II
Prof. Dr. Annette Werner
Jonathan Zachhuber

Übungsblatt 5

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

(a) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion von ungeradem Grad, d.h.

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \text{ mit } a_n \neq 0 \text{ und } n \text{ ungerade.}$$

Zeigen Sie: f hat eine Nullstelle in $\mathbb{R}$.

Hinweis: Zwischenwertsatz.

(b) Zeigen Sie, dass es ein $x \in \mathbb{R}$ gibt, sodass

$$\frac{x^7 + 2x^6 + 8x^5 - 9}{x^6 + 34x^4 + 4} = 17$$

und geben Sie $a, b \in \mathbb{Z}$ an, sodass sich eine Lösung x im Intervall $[a, b]$ befindet.

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

(a) Seien D_f und D_g Intervalle und $f\colon D_f \to \mathbb{R}$, $g\colon D_g \to \mathbb{R}$ streng monoton wachsende Funktionen mit $f(D_f) \subseteq D_g$.

Zeigen Sie, dass die Verknüpfung $g \circ f$ streng monoton wachsend ist.

Was kann man über die Monotonie $g \circ f$ aussagen, wenn f und g streng monoton fallend sind?

(b) Überprüfen Sie, ob folgende Funktionen streng monoton wachsend oder fallend sind und berechnen Sie gegebenenfalls die Umkehrfunktion:

$$f\colon (1, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{1}{1-x}, \qquad g\colon [0, \infty) \to \mathbb{R},\ g(x) = \sqrt[3]{x^5 + 2}$$

Abgabe der Wochenaufgaben bis **12 Uhr** am **Montag, den 23. Mai** in die entsprechenden Kästen im 3. Stock der Robert-Mayer-Straße 6.

Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2016
16. Mai 2016

Elementarmathematik II
Prof. Dr. Annette Werner
Jonathan Zachhuber

Plenumsaufgabe 1

Geben Sie ein $D \subset \mathbb{R}$ und eine stetige Funktion $f\colon D \to \mathbb{R}$ an, so dass der Zwischenwertsatz für f nicht gilt.

Plenumsaufgabe 2

Finden Sie eine stetige Funktion $f\colon D \to \mathbb{R}$ ($D \subset \mathbb{R}$) und

(a) ein offenes Intervall $(a, b) \subseteq D$, sodass $f((a, b))$ ein abgeschlossenes Interval in $\mathbb{R}$ ist;

(b) ein offenes Intervall $(a, b) \subseteq D$, sodass $f((a, b))$ ein halboffenes Interval in $\mathbb{R}$ ist;

(c) eine Vereinigung von zwei Intervallen $(a, b) \cup (c, d) \subseteq D$, sodass $f((a, b) \cup (c, d))$ ein Intervall in $\mathbb{R}$ ist;

(d) ein offenes Intervall $(a, b) \subset D$ mit $a, b \in \mathbb{R}$, sodass $f((a, b)) = (0, \infty)$ ist.

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.