Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2016
6. Juni 2016

Elementarmathematik II
Prof. Dr. Annette Werner
Jonathan Zachhuber

Übungsblatt 8

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

Wie viele Dreiecke mit Winkeln α, β, γ und gegenüberliegenden Seiten der Längen a, b, c gibt es, so dass

$$\sin(\alpha) = \tfrac{1}{2}, \qquad \alpha + \beta = \tfrac{11\pi}{12} \quad \text{und} \quad b = 4$$

gilt? Bestimmen Sie die Seitenlänge c für jedes solche Dreieck und skizzieren Sie es.

Hinweis: Verwenden Sie $\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1-\cos\alpha}{2}$ und $(1-\sqrt{3})^2 = 2(2-\sqrt{3})$.

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

Beweisen Sie die Additionstheoreme für den Fall $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, aber $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$:

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta),$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta).$$

Abgabe der Wochenaufgaben bis **12 Uhr** am **Montag, den 13. Juni** in die entsprechenden Kästen im 3. Stock der Robert-Mayer-Straße 6.

Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2016
6. Juni 2016

Elementarmathematik II
Prof. Dr. Annette Werner
Jonathan Zachhuber

Plenumsaufgabe 1

Gibt es ein Dreieck mit Winkeln α, β, γ und gegenüber liegenden Seiten der Länge a, b, c, sodass gilt:

$$c = 7, \quad \cos(\alpha) = \frac{3}{5}$$

und so, dass der Umfang $12 + 4\sqrt{2}$ beträgt? Falls ja, bestimmen Sie die Längen der anderen Seiten und skizzieren Sie es.

Wie groß darf die Seitenlänge c höchstens sein, damit ein Dreieck mit $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$ und Umfang $12 + 4\sqrt{2}$ existiert?

Plenumsaufgabe 2

(a) Beweisen Sie das Additionstheorem für den Sinus im Fall $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ und $\alpha + \beta \leq \frac{\pi}{2}$:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta).$$

(b) Berechnen Sie folgende Werte von sin und cos exakt:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right), \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \sin\left(\frac{\pi}{6}\right), \cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.