Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2016/17
21. November 2016

Lineare Algebra
Prof. Dr. Martin Möller
Jonathan Zachhuber

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 6

Aufgabe 1

Sei $d \in \mathbb{N}$.

(a) Ist $\{f \in K[X] \mid \deg(f) = d\} \cup \{0\} \subseteq K[X]$ ein K-Vektorraum?

(b) Zeigen Sie: $[X] + [X^2] = [X] \oplus [X^2]$ im Vektorraum $K[X]$.

(c) Ist $X^3 \in [X] \oplus [X^2]$?

Aufgabe 2

Bei welchen der folgenden Teilmengen handelt es sich um Untervektorräume des $\mathbb{R}^3$?

(a) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y^2 + z\}$;

(b) $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x - 5y\}$;

(c) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 1\}$;

(d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in \mathbb{Z}\}$;

Aufgabe 3

(a) Wir versehen den $\mathbb{R}^2$ mit der üblichen Addition und der Skalarmultiplikation $\alpha \cdot (x, y) := (\alpha x, 0)$ für $\alpha \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie welche der Axiome (N), (A) und (D) erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?

(b) Wir versehen den $\mathbb{R}^3$ mit der üblichen Addition und der Skalarmultiplikation $\alpha \cdot (x, y, z) := (|\alpha| x, |\alpha| y, |\alpha| z)$ für $\alpha \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie welche der Axiome (N), (A) und (D) erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?

Aufgabe 4

Seien $U_1, U_2 \subseteq V$ Vektorräume.

Zeigen Sie: $U_1 \cup U_2$ ist ein Vektorraum $\iff$ $U_1 \subseteq U_2$ oder $U_2 \subseteq U_1$.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.