Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2016/17
30. Januar 2017

Lineare Algebra
Prof. Dr. Martin Möller
Jonathan Zachhuber

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 14

Aufgabe 1

Entscheiden Sie, welche der folgenden Matrizen $A_i \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ diagonalisierbar sind. Bestimmen Sie gegebenenfalls eine Diagonalmatrix D und eine Matrix T mit $T^{-1}AT = D$.

$$A_1 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_3 \coloneqq \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Matrix

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}.$$

Zeigen Sie:

(a) Ist $(a-d)^2 + 4bc > 0$, so ist A diagonalisierbar.

(b) Ist $(a-d)^2 + 4bc < 0$, so ist A nicht diagonalisierbar.

(c) Für $(a-d)^2 + 4bc = 0$ existieren sowohl Matrizen A, die diagonalisierbar sind, als auch solche, die nicht diagonalisierbar sind.

Aufgabe 3

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie A^{256}.

Aufgabe 4

Sei $\varphi \in \mathrm{End}(V)$ mit der Eigenschaft, dass jeder von 0 verschiedene Vektor $v \in V$ ein Eigenvektor von φ ist.

Wie sieht die Jordan-Normalform von φ aus?

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.