Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2018/19
18. Oktober 2018

Elementarmathematik I
Dr. Alexander Ivanov
Dr. Jonathan Zachhuber

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 1

Aufgabe 1

Bestimmen Sie für die Mengen M und N jeweils die Vereinigung $M \cup N$ und den Schnitt $M \cap N$ (in Teil (b) durch Skizze).

(a) $M = \{\diamondsuit, \heartsuit, \spadesuit\}$ und $N = \{\heartsuit, \spadesuit, \clubsuit\}$

(b) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y\}$ und $N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq -y\}$

Aufgabe 2

Entscheiden Sie, ob es sich bei folgender Vorschrift jeweils um eine Abbildung handelt:

(a) $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$, $f(x) = x$

(b) $g\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$, $g(x) = x$

(c) $h\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Z}$, $h(\frac{a}{b}) = a$

Aufgabe 3

Entscheiden Sie welche der folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind. Geben Sie im Falle einer Bijektion die Umkehrabbildung an.

(a) $f\colon \{\diamondsuit, \heartsuit, \spadesuit\} \to \{\heartsuit, \spadesuit\}$ mit $f(\diamondsuit) = \heartsuit$, $f(\heartsuit) = \heartsuit$ und $f(\spadesuit) = \spadesuit$.

(b) $q_1\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$

(c) $q_2\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $x \mapsto x^2$

(d) $m\colon \{x : x \text{ ist ein Einzelkind}\} \to \{y : y \text{ ist eine Frau}\}$, $x \mapsto \text{Mutter von } x$

(e) $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (2x + 4, -y)$

Dabei bezeichnen wir mit $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ die Menge der positiven reellen Zahlen.

Aufgabe 4

(a) Seien $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $n \mapsto 2n$ und $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$, $z \mapsto z - 1$.

Bestimmen Sie $\big(g \circ f\big)(n)$ für $n \in \mathbb{N}$.

(b) Seien $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$ und $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x + 1$.

Bestimmen Sie $\big(g \circ f\big)(x)$ und $\big(f \circ g\big)(x)$ für $x \in \mathbb{R}$.

(c) Seien $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $x \mapsto \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ und $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto y$.

Bestimmen Sie $\big(g \circ f\big)(x)$ für $x \in \mathbb{R}$.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.