Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2018/19
8. November 2018

Elementarmathematik I
Dr. Alexander Ivanov
Dr. Jonathan Zachhuber

Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $x \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie: $i(2) \cdot x = x + x$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien M, N Mengen und $f \colon M \to N$ eine Abbildung. Für $x, y \in M$ definieren wir

$$x \sim y :\Longleftrightarrow f(x) = f(y).$$

(a) Zeigen Sie: $\sim$ ist auf M eine Äquivalenzrelation.

(b) Sei $M/\sim \; := \{[x] \mid x \in M\}$ die Menge der Äquivalenzklassen und $\overline{f} \colon M/\sim \to N$ die Abbildung $\overline{f}([x]) := f(x)$.

Zeigen Sie: $\overline{f}$ ist injektiv.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $x, y \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie:

$$x \cdot y = 0 \iff x = 0 \text{ oder } y = 0.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Seien $x, y, z \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie:

(a) $x < y \iff x + z < y + z$;

(b) $x < y$ und $z < 0 \implies x \cdot z > y \cdot z$.

Abgabe bis **10:00** am **Donnerstag, den 15. November** in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.