

4. Übungsblatt
Abgabe am 15.11.2018

1. Formulieren und beweisen Sie den 1. Isomorphiesatz (Satz 1.17 aus dem Skript) für Ringe und Ideale statt Gruppen und Normalteiler. (4 P.)
2. Es sei R ein Ring, so dass für alle $x \in R$ eine natürliche Zahl $n > 1$ mit $x^n = x$ existiert. Zeigen Sie, dass dann jedes Primideal in R ein maximales Ideal ist. (4 P.)
3. Es sei $\mathfrak{p}$ ein Primideal eines Ringes R . Zeigen Sie, dass das Produktideal $\mathfrak{p}R[X]$ ein Primideal im Polynomring $R[X]$ ist. (4 P.)
4. Berechnen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler der folgenden Polynome aus $\mathbb{Q}[X]$:

$$f = X^4 + X^3 - X^2 + X + 2, \quad g = X^3 + 2X^2 + 2X + 1.$$

(4 P.)