

5. Übungsblatt
Abgabe am 22.11.2018

1. Bestimmen Sie alle irreduziblen Polynome vom Grad ≤ 3 im Polynomring $\mathbb{F}_2[X]$. (4 P.)

2. Zeigen Sie, dass

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

die Zerlegung von 2 in irreduzible Faktoren in dem faktoriellen Ring $\mathbb{Z}[i]$ der ganzen Gaußschen Zahlen ist. (4 P.)

3. Es sei K ein Körper. Zeigen Sie, dass es zu jedem $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$ höchstens $n - 1$ Elemente der Ordnung n in der multiplikativen Gruppe K^* gibt. (4 P.)

4. Zeigen Sie, dass es für keine natürliche Zahl $n > 1$ einen Ringisomorphismus

$$\varphi: \mathbb{Z}[X] \rightarrow \mathbb{Z}[Y_1, \dots, Y_n]$$

von Polynomringen mit $\varphi|_{\mathbb{Z}} = \text{id}_{\mathbb{Z}}$ gibt. (4 P.)