

9. Übungsblatt
Abgabe am 20.12.2018

1. Es sei $\overline{\mathbb{Q}}$ ein algebraischer Abschluss von $\mathbb{Q}$. Bestimmen Sie alle Homomorphismen $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i) \rightarrow \overline{\mathbb{Q}}$. Was sind die jeweiligen Bilder dieser Homomorphismen? (4 P.)

2. Bestimmen Sie einen Zerfällungskörper L über $\mathbb{Q}$ der Familie

$$\{X^4 + 1, X^5 + 2\}$$

sowie den Grad $[L : \mathbb{Q}]$. (4 P.)

3. Es seien $K(\alpha)/K$ und $K(\beta)/K$ einfache algebraische Körpererweiterungen. Das Minimalpolynom von α über K sei mit f und das Minimalpolynom von β über K sei mit g bezeichnet. Zeigen Sie:

i) Das Polynom f ist genau dann irreduzibel über $K(\beta)$, wenn g irreduzibel über $K(\alpha)$ ist.

ii) Die äquivalenten Bedingungen aus i) sind erfüllt, wenn $\text{grad}(f)$ und $\text{grad}(g)$ teilerfremd sind. (4 P.)

4. Es sei L/K eine algebraische Körpererweiterung. Zeigen Sie, dass jeder K -Endomorphismus $\sigma: L \rightarrow L$ ein Isomorphismus ist.

Hinweis: Betrachten Sie die Nullstellenmenge eines geeigneten Polynoms $f \in K[X]$. (4 P.)