Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2018/19
17. Januar 2019

Elementarmathematik I
Dr. Alexander Ivanov
Dr. Jonathan Zachhuber

Übungsblatt 11

Aufgabe 1 (4 Punkte)

(a) Geben Sie alle Nullstellen des Polynoms $x^4 - 1$ über $\mathbb{C}$ an.

(b) Geben Sie alle Nullstellen des Polynoms $x^2 + x + 1$ über $\mathbb{C}$ an.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie alle reellen Nullstellen der Polynome

(a) $f_n(X) = X^{2n} - 1$;

(b) $g_n(X) = \sum_{k=0}^{2n+1} (-1)^{k+1} X^k = X^{2n+1} - X^{2n} \pm \cdots + X - 1$.

Hinweis: Geometrische Summenformel.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Sei g eine Gerade in der Ebene. Die *(Geraden-)Spiegelung* σ_g *an* g ist definiert als die folgende Abbildung der Ebene in sich.

- Für jeden Punkt $P \in g$ ist $\sigma_g(P) := P$.
- Sei P ein Punkt nicht auf g. Dann sei l die Lotgerade von P auf g und L sei der Schnittpunkt von l und g. Der Bildpunkt $\sigma_g(P)$ ist dann definiert als der von P verschiedene Schnittpunkt von l mit dem Kreis um L durch P.

Verwenden Sie das aus der Schule bekannte kartesische Koordinatensystem, und zeichnen Sie das Dreieck mit den Eckpunkten $A = (1, 3)$, $B = (4, 1)$, $C = (10, 2)$.

(a) Konstruieren Sie die Mittelsenkrechten m_{AB}, m_{BC}, m_{CA} und die Winkelhalbierenden w_α, w_β und w_γ (dabei sei α der Innenwinkel des Dreiecks bei A, β der Innenwinkel des Dreiecks bei B und γ der Innenwinkel des Dreiecks bei C).

(b) Konstruieren Sie die Gerade h parallel zu CA durch den Schnittpunkt von m_{AB} und m_{BC}.

(c) Sei σ_h die Spiegelung an h. Konstruieren Sie das Dreieck mit den Eckpunkten $\sigma_h(A)$, $\sigma_h(B)$ und $\sigma_h(C)$.

Achtung: 'Konstruieren' bedeutet *immer* 'konstruieren mit Zirkel und Lineal'.

Abgabe bis **10:00** am **Donnerstag, den 24. Januar** in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.