

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Die Städte S_1, \dots, S_n ($n \geq 1$) seien untereinander durch Straßen verbunden und zwischen zwei Städten gibt es immer genau eine Straße. Wegen Bauarbeiten sind zur Zeit alle Straßen nur in eine Richtung befahrbar. Zeigen Sie, dass es trotzdem mindestens eine Stadt gibt, von der aus alle anderen Städte erreichbar sind.

Hinweis: Vollständige Induktion.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass ein homogenes LGS über \mathbb{R} mit weniger Gleichungen als Variablen unendlich viele Lösungen besitzt.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ die Menge der Folgen $x = (x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von reellen Zahlen. Wir definieren die Addition und Skalarmultiplikation komponentenweise:

$$\begin{aligned} + : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \times \mathbb{R}^{\mathbb{N}} &\rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{N}}, & (x_n)_{n \in \mathbb{N}} + (y_n)_{n \in \mathbb{N}} &:= (x_n + y_n)_{n \in \mathbb{N}}, \\ \cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^{\mathbb{N}} &\rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{N}}, & \lambda \cdot (x_n)_{n \in \mathbb{N}} &:= (\lambda x_n)_{n \in \mathbb{N}}. \end{aligned}$$

Mit diesen Verknüpfungen ist $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ ein \mathbb{R} -Vektorraum. Zeigen Sie beispielhaft die Distributivgesetze.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei K ein Körper und V ein K -Vektorraum. Zeigen Sie, dass für $\lambda \in K$ und $v \in V$ gilt:

- (a) $\lambda v = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$ oder $v = 0$.
- (b) $(-\lambda)v = -(\lambda v)$.

Zusatzaufgabe

Finden Sie 9 Begriffe aus der Vorlesung und stellen Sie sicher, dass Sie alle Begriffe definieren und verwenden können.

R	L	W	W	L	T	K	O	E	R	P	E	R	S	N	Z	J	A	Q	J	Z
V	V	E	K	T	O	R	R	A	U	M	W	S	V	D	M	Z	Z	M	J	D
L	I	Q	B	N	T	U	R	O	X	M	E	M	I	I	Y	W	I	A	O	T
V	P	U	C	X	O	R	I	Y	U	S	Z	J	Q	S	B	R	L	X	H	K
Z	B	Z	L	K	C	W	Y	V	R	Q	F	A	B	T	T	L	L	G	F	H
U	U	U	H	P	M	D	L	E	C	R	R	D	Z	R	N	M	A	P	L	G
E	H	B	M	D	O	Y	V	J	T	J	K	E	K	I	E	O	M	M	O	N
E	P	U	Z	J	N	N	L	E	J	Z	R	X	T	B	M	N	V	P	C	Y
X	G	P	P	P	I	P	Q	J	K	R	D	R	T	U	E	Y	I	Q	A	S
M	S	P	U	K	O	M	M	U	T	A	T	I	V	T	L	L	P	P	A	W
M	U	J	K	R	G	N	S	C	P	U	C	A	D	I	E	O	G	I	V	L
V	M	X	R	W	G	Z	Y	M	I	C	Q	K	P	V	L	P	K	Z	R	G
S	H	T	G	V	B	E	F	H	Z	R	T	W	T	G	A	X	T	Y	D	I
Y	M	K	H	O	F	N	H	R	G	H	M	B	F	E	R	F	S	F	S	D
J	R	U	F	J	Q	J	Q	C	K	N	O	U	R	S	T	O	K	V	I	R
G	I	O	I	D	Z	O	N	B	S	U	P	D	D	E	U	T	K	E	W	I
N	F	S	M	A	Z	K	L	G	G	L	C	G	M	T	E	N	C	N	H	Y
U	K	O	C	D	X	X	J	O	K	X	E	P	T	Z	N	R	W	U	S	F
M	G	E	P	H	P	K	M	T	Q	S	A	B	M	E	L	T	B	S	Q	J
S	B	N	O	L	U	M	F	A	P	R	W	Q	A	H	L	W	P	H	M	D
S	K	A	L	A	R	M	U	L	T	I	P	L	I	K	A	T	I	O	N	T

Abgabe bis 10:00 am Dienstag, den 5. November in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.