Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2019/20
5. November 2019

Lineare Algebra L2/L5
Dr. Jonathan Zachhuber
Martin Lüdtke

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 4

Aufgabe 1

Entscheiden Sie jeweils, ob es sich um einen $\mathbb{R}$-Untervektorraum handelt:

(a) $\{0\} \subseteq \mathbb{R}$;

(b) $\mathbb{R}_{>0} \subseteq \mathbb{R}$;

(c) $\mathbb{R}_{\geq 0} \subseteq \mathbb{R}$;

(d) $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x_1 = 0\}$;

(e) $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x_1 = 0 \text{ oder } x_2 = 0\}$;

(f) $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x_1 x_2 \geq 0\}$;

(g) $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$.

Aufgabe 2

Sei K ein Körper und $n \in \mathbb{N}$. Für $i = 1, \ldots, n$ bezeichne $e_i = (0, \ldots, 1, \ldots, 0) \in K^n$ den i-ten Einheitsvektor, d.h. der i-te Eintrag ist 1 und die übrigen Einträge sind 0. Zeigen Sie:

$$[e_1, \ldots, e_n] = K^n.$$

Zeigen Sie, dass, wenn man ein e_i weglässt, die lineare Hülle nicht mehr K^n ist.

Aufgabe 3

Sei K ein Körper und V ein K-Vektorraum. Seien $v_1, v_2 \in V$ ungleich 0. Zeigen Sie: Es gilt $[v_1] = [v_2]$ genau dann, wenn ein $0 \neq \lambda \in K$ mit $v_2 = \lambda v_1$ existiert.

Aufgabe 4

Sei ABC ein Dreieck in der Ebene $\mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass die Seitenmittelpunkte M_{AB}, M_{BC}, M_{AC} ein Dreieck bilden, dessen Seiten parallel zu denen von ABC sind.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.