

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 5

### Aufgabe 1

Untersuchen Sie folgende Vektoren im  $\mathbb{R}^3$  auf lineare Unabhängigkeit:

$$\begin{aligned}v_1 &= (1, 2, -1), \\v_2 &= (3, 0, 1), \\v_3 &= (2, -4, -3).\end{aligned}$$

### Aufgabe 2

Sei  $K$  ein Körper,  $V$  ein  $K$ -Vektorraum und  $v_1, v_2 \in V$  linear unabhängige Vektoren.

Zeigen Sie, dass auch  $v_1, v_2 + \mu v_1$  für alle  $\mu \in K$  linear unabhängig sind.

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass je drei Vektoren  $v_1, v_2, v_3$  im  $\mathbb{R}^2$  linear abhängig sind.

### Aufgabe 4

Seien  $K$  ein Körper,  $V$  ein  $K$ -Vektorraum,  $n \in \mathbb{N}$  und  $v_1, \dots, v_n \in V$ .

Zeigen Sie, dass  $v_1, \dots, v_n$  genau dann linear unabhängig sind, wenn die Abbildung

$$f: K^n \rightarrow V, \quad f(x_1, \dots, x_n) = x_1 v_1 + \dots + x_n v_n$$

injektiv ist.