

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$.

Sei $E = (e_1, e_2)$ die Standardbasis von \mathbb{R}^2 und sei $B = (b_1, b_2)$ die Basis bestehend aus

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Abbildungsmatrizen

(a) $D_{EB}(f)$;

(b) $D_{BB}(f)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei K ein Körper, V ein K -Vektorraum mit Basis $B = (b_1, \dots, b_n)$ und $f : V \rightarrow V$ eine lineare Abbildung. Zeigen Sie, dass $f = \text{id}$ genau dann gilt, wenn $D_{BB}(f) = E_n$ gilt.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}.$$

Für $n \in \mathbb{N}$ sei A^n als das n -fache Produkt von A mit sich selbst definiert:

$$A^n := \underbrace{A \cdot A \cdots A}_{n\text{-mal}}.$$

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei $B = (b_1, b_2, b_3)$ die Basis von \mathbb{R}^3 bestehend aus

$$b_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ die eindeutig bestimmte lineare Abbildung, die auf der Basis B durch

$$f(b_1) = 2, \quad f(b_2) = -1, \quad f(b_3) = 2$$

gegeben ist. Sei

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $f(v)$.

Zusatzaufgabe

Finden Sie die angegebenen 7 Begriffe aus der Vorlesung und stellen Sie sicher, dass Sie alle Begriffe definieren und verwenden können.

M	R	F	H	H	Q	X	S	Y	P	U	H	P	E	B	D	A
O	B	K	Q	O	X	S	R	L	E	Z	F	E	D	U	L	Z
V	J	O	C	L	R	T	Y	C	G	P	F	I	K	Z	V	T
N	K	G	H	Y	Y	E	I	G	X	N	B	N	Y	S	F	A
O	H	J	U	F	K	R	B	O	B	T	Q	H	H	O	W	S
Q	D	V	V	Q	T	M	H	F	F	T	N	E	I	I	B	S
L	A	Y	Q	G	E	K	K	W	T	E	Z	I	W	Q	H	N
A	B	B	I	L	D	U	N	G	S	M	A	T	R	I	X	O
C	I	U	N	O	Z	I	Y	C	C	T	J	S	F	D	H	I
P	I	Q	R	G	W	U	B	U	O	I	R	M	M	D	S	S
H	K	D	E	B	X	C	S	X	V	P	H	A	U	K	J	N
G	H	T	K	U	D	O	R	P	X	I	R	T	A	M	S	E
T	R	V	P	H	A	Z	X	W	X	D	U	R	T	Z	T	M
X	U	A	T	J	T	C	J	V	R	Y	Q	I	U	W	D	I
R	A	L	N	F	S	O	N	G	S	F	C	X	H	B	X	D
V	I	R	R	G	K	O	O	R	D	I	N	A	T	E	N	W
R	M	C	U	Y	R	C	E	K	R	D	R	O	U	F	C	M

ABBILDUNGSMATRIX
DIMENSIONSSATZ
EINHEITSMATRIX
RANG
KERN
KOORDINATEN
MATRIXPRODUKT

Abgabe bis 10:00 am Dienstag, den 3. Dezember in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.