

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 10

### Aufgabe 1

Sei  $E = (e_1, e_2)$  die Standardbasis von  $\mathbb{R}^2$ , und sei  $B = (b_1, b_2)$  die Basis bestehend aus

$$b_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -11 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Basiswechselmatrizen

$$D_{EB}(\text{id}) \quad \text{und} \quad D_{BE}(\text{id}).$$

Berechnen Sie damit die Koordinatendarstellung  $D_B(v)$  des Vektors

$$v = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 2

Der Vektor  $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  ist ein Eigenvektor der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert.

### Aufgabe 3

Bestimmen Sie einen Eigenvektor zum Eigenwert  $-2$  der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -12 & -6 \\ 15 & 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}.$$

### Aufgabe 4

Sei  $K$  ein Körper,  $V$  ein  $K$ -Vektorraum und  $f : V \rightarrow V$  ein Endomorphismus.

Zeigen Sie, dass 0 genau dann ein Eigenwert von  $f$  ist, wenn  $\text{Ker}(f) \neq 0$  gilt.