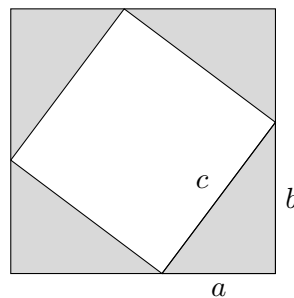


## Übungsblatt 12

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck mit Katheten  $a, b$  und Hypotenuse  $c$ . Zeigen Sie anhand der Skizze den Satz des Pythagoras:  $a^2 + b^2 = c^2$ .



### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei  $K$  ein Körper. Wir betrachten die Abbildung

$$D : K^2 \times K^2 \rightarrow K, \quad \left( \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \right) \mapsto ad - bc.$$

- (a) Zeigen Sie, dass die Abbildung eine Bilinearform auf  $K^2$  definiert.
- (b) Sei  $K = \mathbb{R}$ . Untersuchen Sie die Bilinearform auf Symmetrie und positive Definitheit.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien  $x_1, \dots, x_n \geq 0$  nicht-negative reelle Zahlen. Zeigen Sie die Ungleichung

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \leq n \sum_{i=1}^n x_i^2.$$

*Hinweis: Cauchy-Schwarz*

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Höhenschnittpunkt des Dreiecks  $ABC$  im  $\mathbb{R}^3$ , das von folgenden Punkten aufgespannt wird:

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

### Bonusaufgabe (4 Bonuspunkte)

Sei  $\mathbb{R}[X]_{\leq 1}$  der  $\mathbb{R}$ -Vektorraum der Polynome von Grad  $\leq 1$ :

$$\mathbb{R}[X]_{\leq 1} = \{a + bX : a, b \in \mathbb{R}\}.$$

Für  $f, g \in \mathbb{R}[X]_{\leq 1}$  definieren wir

$$\langle f, g \rangle := \int_0^1 f(t)g(t) dt.$$

Zeigen Sie, dass dadurch ein Skalarprodukt auf  $\mathbb{R}[X]_{\leq 1}$  definiert wird.

### Zusatzaufgabe

Finden Sie die angegebenen 6 Begriffe aus der Vorlesung und stellen Sie sicher, dass Sie alle Begriffe definieren und verwenden können.

S	Q	V	P	G	G	M	I	U	Z	O	Z	Q	R	C
U	G	K	F	O	E	Y	F	K	B	L	K	J	J	J
H	U	M	R	J	W	T	X	N	K	X	O	Y	J	P
T	I	N	I	F	E	D	V	I	T	I	S	O	P	S
I	Q	B	Z	S	Y	U	V	C	B	T	K	G	C	Y
R	N	O	R	M	C	L	K	J	Y	V	U	K	R	M
M	Z	F	R	G	I	O	P	Y	K	Z	J	I	E	M
T	K	U	D	O	R	P	R	A	L	A	K	S	V	E
G	B	F	W	A	T	K	Y	E	B	Q	Q	R	N	T
B	Y	Y	H	R	M	A	W	C	L	X	S	S	Y	R
G	V	V	E	Z	H	G	L	E	L	L	S	C	G	I
K	K	U	T	A	N	R	K	N	M	K	E	X	R	S
C	G	Z	W	C	H	N	X	Y	D	G	E	X	Q	C
L	Z	B	I	L	I	N	E	A	R	F	O	R	M	H
W	P	U	G	W	F	O	B	M	F	Q	Y	A	O	L

BILINEARFORM  
NORM  
POSITIVDEFINIT  
SKALARPRODUKT  
SYMMETRISCH  
WINKEL

---

**Abgabe bis 10:00 am Dienstag, den 28. Januar** in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.