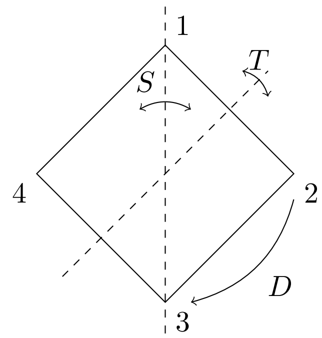
**Goethe-Universität Frankfurt**
**Institut für Mathematik**
Wintersemester 2019/20
11. Februar 2020

**Lineare Algebra L2/L5**
Dr. Jonathan Zachhuber
Martin Lüdtke

# Tutoriumsaufgaben zu Blatt 15

## Aufgabe 1

Sei $F \subseteq \mathbb{R}^2$ ein regelmäßiges Viereck. Die Ecken seien im Uhrzeigersinn mit $1, 2, 3, 4$ nummeriert. Die Symmetriegruppe von $F$ ist per Definition die Diedergruppe $D_4$. Seien $D \in D_4$ die Drehung um 90° im Uhrzeigersinn, $S \in D_4$ die Spiegelung an der durch 1 und 3 verlaufenden Geraden, und $T$ die Spiegelung an der durch die Mittelpunkte der Seiten 1–2 und 3–4 verlaufenden Geraden.




(a) Beschreiben Sie $D, S, T$ und $TS$ als Elemente der symmetrischen Gruppe $S_4$.

(b) Wie lässt sich $T$ durch $D$ und $S$ ausdrücken?

## Aufgabe 2

Geben Sie jeweils ein Beispiel für eine Untergruppe von $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ mit den folgenden Eigenschaften an:

(a) abelsch und endlich;

(b) abelsch und unendlich;

(c) nicht-abelsch und unendlich;

(d) nicht-abelsch und endlich.

## Aufgabe 3

Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Jede Untergruppe einer abelschen Gruppe ist abelsch.

(b) Die Determinantenabbildung $\det : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}$ ist additiv, d.h es gilt

$$\det(A + B) = \det(A) + \det(B) \quad \text{für alle } A, B \in \mathbb{R}^{2\times 2}.$$

(c) Es gilt $O_1(\mathbb{R}) = \{1\}$.

---

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.